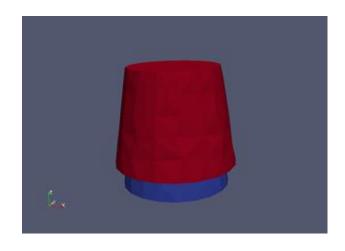
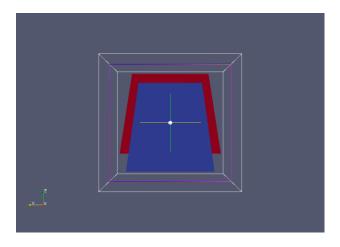
ИЗУЧЕНИЕ ТЕЛЕСКОПИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ФИКСАЦИИ ПРОТЕЗОВ ПРИ ПОМОЩИ ГОЛОГРАФИЧЕСКОЙ ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ И МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

Введение

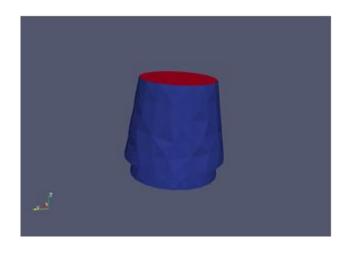
 Проводится математическое моделирование напряженно-деформированного состояния конусовидных телескопических коронок. Для этого выделены две подобласти в области моделирования, соответствующие частям конусовидных телескопических коронок. На рисунке представлена область моделирования (трехмерная и в разрезе вдоль оси OZ).

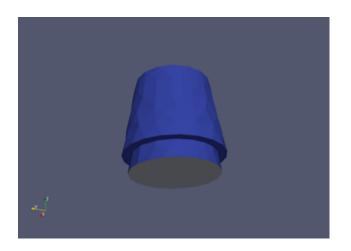




• Для построения геометрии моделируемого объекта и генерации трехмерной тетраэдрарной сетки, необходимой для расчета напряженно-деформируего состояния системы с помощью метода конечных-элементов, мы использовали свободно распространяемый генератор конечно-элементных сеток Gmsh

- Для нахождения напряжений и перемещений в конусовидных телескопических коронках при заданной нагрузке разделим внешнюю поверхность на три части, различающиеся по условиям задания внешних воздействий на них (см. рис.):
- 1. Свободная поверхность (Г1), на которой задано отсутствие внешних напряжений. На рисунке окрашена в синий цвет.
- 2. Поверхность, на которой задано внешнее нормальное напряжение (Г2). На рисунке окрашена в красный цвет.
- 3. Поверхность, на которой задано условие отсутствия смещений (Г3). На рисунке окрашена в серый цвет.





- Задача о нахождении поля напряжений представляет собой статическую задачу теории упругости. Основные уравнения теории упругости представляют собой комбинацию уравнения баланса импульса и материальных уравнений упругой среды.
- Уравнение баланса импульса в случае малых деформаций имеет вид

$$\rho \, \ddot{\vec{u}} = \operatorname{div} \quad \sigma, \tag{1}$$

- где ρ плотность, σ тензор напряжений.
- Левая часть уравнения, представляющая собой инерционный член, становится заметной только при рассмотрении акустических явлений, т.е. на временах характерных для периода акустических характеристик колебаний. Поэтому в нашем случае, где рассматриваются сравнительно медленно меняющиеся нагрузки, инерционным членом можно пренебречь и уравнение сводится к

$$\operatorname{div} \ \sigma = 0. \tag{2}$$

• Материальные уравнения упругости связывают тензор напряжений с тензором деформаций $\,^{\,\xi}\,$, который определяется как

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(\operatorname{grad} u + \operatorname{grad} u^T \right) \tag{3}$$

- где \vec{u} поле вектора смещений определенное во всех точках среды, индекс $\, {
 m T} \,$ означает транспонирование тензора.
- Закон упругости Гука в трехмерной форме записывается как

$$\sigma = \frac{E}{1+v} \left(\varepsilon + \frac{v}{1-2v(x)} \operatorname{tr} \varepsilon \Box I \right)$$
(4)

- где E(x) модуль Юнга,v(x) коэффициент Пуассона, tr операция взятия следа тензора, I единичный тензор.
- Модуль Юнга и коэффициент Пуассона описывают упругие свойства материала и, вообще говоря, зависят от пространственных координат.

• Уравнения (2)-(4) дополняются следующими граничными условиями:

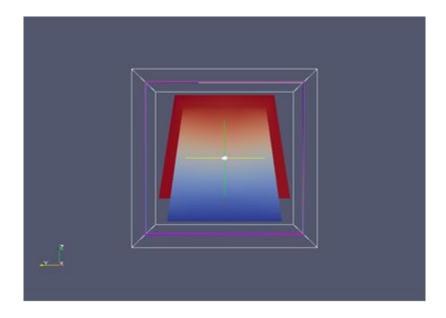
$$\sigma \cdot \vec{n}(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in \Gamma_1$$

$$(\sigma \cdot \vec{n})(\mathbf{x}) = \mathbf{f}(\mathbf{x}), \quad \mathbf{x} \in \Gamma_2$$
 (6)

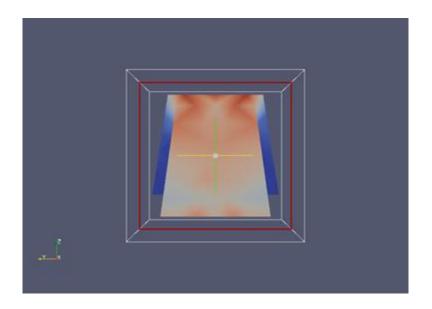
$$\mathbf{u}(\mathbf{x}) = 0, \quad \mathbf{x} \in \Gamma_3 \tag{7}$$

- Кроме того на границе контакта подобластей предполагается, что нормальные напряжения на ней непрерывны.
- Приближенное решение задачи (2)-(7) осуществлялось на основе метода конечных элементов. Для этого была построена дискретная вариационная задача, программная реализация которой была выполнена на языке Python с использованием свободной библиотеки для решения дифференциальных уравнений в частных производных FEniCS

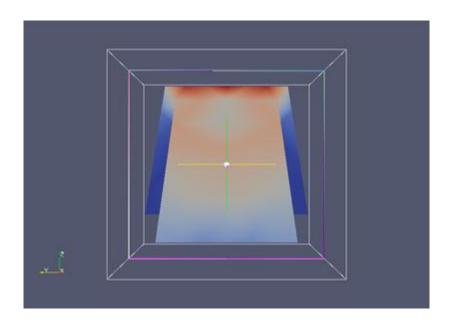
 Были проведены расчеты при заданной нагрузке, направленной вертикально вниз и равной 10 кг, что эквивалентно усилию необходимому для процесса жевания.



• Распределение модуля перемещений



• Распределение магнитуды напряжений



• Распределение эквивалентных напряжений по Мизесу.

Выводы

 Работа над построением математической модели продолжается и конкретные выводы будут представлены после всех проведенных расчетов.

Спасибо за внимание